

**Ασκήσεις στην ευθεία**

---

1. Να βρείτε τα σημεία τομής των γραμμών με εξισώσεις :
  - α)  $7x-11y+1=0$ ,  $x+y-2=0$
  - β)  $y-3x-2=0$ ,  $x^2+y^2=4$
  - γ)  $x^2+y^2=a^2$ ,  $3x+y+a=0$
2. Θεωρούμε την γραμμή με εξίσωση  $x^2+y^2-2x+y-5=0$ . Βρείτε τα σημεία της καμπύλης, αν υπάρχουν, με τετμημένη  $-1$ .
3. Βρείτε τα σημεία τομής με τους άξονες των :
  - α)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$
  - β)  $x^2+y^2-2x+y$ .
4. Εξετάστε αν τα σημεία  $A(0,1)$ ,  $B(-1,1)$  ανήκουν στη γραμμή με εξίσωση  $x^2+x-y+1=0$ .
5. Βρείτε την απόσταση των σημείων τομής των γραμμών  $3x-2y+6=0$  και  $x^2+x-y+1=0$ .
6. Βρείτε τα  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$  ώστε η γραμμή  $x^2-2xy+\lambda y^2-\mu x+(\lambda+\mu)y+2\lambda+1=0$  να τέμνει τους άξονες στα σημεία  $A(1,0)$  και  $B(0,-2)$ .
8. Δείξτε ότι η γραμμή  $3x^2+4y^2=1$  είναι συμμετρική ως προς  $x'x$ , ως προς  $y'y$  και ως προς την αρχή των αξόνων.
9. Δίνεται το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  με  $A(1,2)$ ,  $B(-2,1)$ ,  $\Gamma(-2,3)$  και  $\Delta(2,-2)$ . Βρείτε τους συντελεστές διεύθυνσης των πλευρών και των διαγωνίων του.
10. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $A(-1,2)$ ,  $B(1,1)$ ,  $\Gamma(2,-3)$ . Βρείτε τους συντελεστές διεύθυνσης
  - α) των υψών του
  - β) των διαμέσων του
  - γ) των διχοτόμων του.
11. Δίνεται τετράγωνο  $AB\Gamma\Delta$  με  $A(1,2)$  και  $\Gamma(3,0)$ . Βρείτε τους συντελεστές διεύθυνσης των πλευρών και των διαγωνίων του.
12. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $A(1,2)$ ,  $B(-2,4)$  και  $\Gamma(-1,-1)$ . Βρείτε τις γωνίες του.
13. Δίνονται τα διαδοχικά τετράγωνα  $AB\Gamma\Delta$ ,  $B\Gamma E Z$ ,  $Z E H \Theta$ . Δείξτε ότι  $\gamma\omega\nu.\Theta A H = \gamma\omega\nu.E A \Gamma$ .

14. Έστω  $AB\Gamma$  τρίγωνο με  $A(4,5)$ ,  $B(1,2)$  και  $\Gamma(4,\mu)$  με  $\mu > 5$ .  
 α) Να υπολογιστεί η γωνία  $A$   
 β) Το  $\mu$  ώστε  $\hat{B} = \frac{\pi}{3}$ .
15. Βρείτε τη γωνία των  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  αν  $\varepsilon_1 : y = \lambda x + \beta$  και  $\varepsilon_2 : y = \frac{\lambda - 1}{x + 1} x + \alpha$ .
16. Βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από το  $A(1, -5)$  και  
 α) Είναι παράλληλη στο διάνυσμα  $\vec{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 β) Είναι κάθετη στο διάνυσμα  $\vec{y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$   
 γ) Σχηματίζει γωνία 45 μοιρών με το διάνυσμα  $\vec{z} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$   
 δ) Διέρχεται από το  $P(2,2)$  και σχηματίζει γωνία 60 μοιρών με τον άξονα  $O\psi$ .
17. Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $(1, -2)$  και  
 α) Έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda = -1$   
 β) Διέρχεται από το  $(3, -1)$   
 γ) Από το  $(1, 4)$   
 δ) Είναι παράλληλη στην ευθεία  $ax + by + \gamma = 0$ .
18. Έστω ευθεία  $(\varepsilon_1)$  με εξίσωση  $x - 2y = 1$  και ευθεία  $(\varepsilon)$  που διέρχεται από το  $A(2, 3)$ . Να βρείτε την εξίσωση της  $(\varepsilon)$  :  
 α) όταν η  $(\varepsilon)$  σχηματίζει με την  $(\varepsilon_1)$  γωνία 45 μοιρών  
 β) όταν η  $(\varepsilon_1)$  σχηματίζει με την  $(\varepsilon)$  γωνία 45 μοιρών.
19. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το  $A(2, -1)$  και σχηματίζει με τον  $x'x$  γωνία δύο φορές πιο μεγάλη από τη γωνία που σχηματίζει με τον ίδιο άξονα η ευθεία  $(\varepsilon) : x - 3y + 6 = 0$ .
20. Η ευθεία  $(\varepsilon)$  διέρχεται από το σημείο  $A(1, 2)$  και τέμνει την ευθεία  $2y - 3x + 5 = 0$  στο  $M$ , την  $x + y - 12 = 0$  στο  $N$ . Αν  $|\vec{AN}| = 2|\vec{AM}|$  τότε να βρείτε τις συντεταγμένες των  $M$  και  $N$ .
21. Να γράψετε τις εξισώσεις των ευθειών πάνω στις οποίες βρίσκονται οι πλευρές τετραγώνου  $AB\Gamma\Delta$  όταν  $A(2, -4)$  και το κέντρο του  $\Theta(5, 2)$ .
22. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από την αρχή των αξόνων και τέμνει τις παράλληλες ευθείες  $2x + 3y - 6 = 0$ ,  $2x + 3y + 9 = 0$  σε σημεία των οποίων η απόσταση είναι 5.
23. Βρείτε την εξίσωση της διαμέσου  $AM$  τριγώνου  $AB\Gamma$  που έχει  $B(3, 0)$ ,  $\Gamma(5, 4)$  και βαρύκεντρο  $(3, 2)$ .
24. Βρείτε τα σημεία που τέμνει η ευθεία  $AB$  τους άξονες με  $A(1, 2)$  και  $B(-2, 5)$ .

25. Έστω  $AB\Gamma\Delta$  παραλληλόγραμμο με  $A(2,3)$ ,  $B(-2,1)$  και κέντρο  $P(4,5)$ . Να βρεθούν οι εξισώσεις των πλευρών του.
26. Να βρείτε τις τιμές του  $\mu$ , για τις οποίες η ευθεία  $(\mu+2)x+(\mu^2-9)y+3\mu^2-8\mu+5=0$ .
- Είναι παράλληλη στον  $Ox$
  - Είναι παράλληλη στον  $Oy$
  - Περνά από την αρχή των αξόνων.
27. Δίνονται οι ευθείες  $\lambda x+(\lambda-1)y=4$ ,  $(3\lambda+1)x-2\lambda y=7$ . Να βρείτε το  $\lambda$  ώστε να είναι κάθετες.
28. Οι εξισώσεις των δύο υψών του τριγώνου είναι  $x-1=0$ ,  $x+y-1=0$ , μια κορυφή  $A(2,1)$ . Βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών του τριγώνου.
29. Οι εξισώσεις ενός ύψους και μιας διαμέσου τριγώνου είναι  $\psi+1=0$ ,  $x-\psi+3=0$  και μια κορυφή  $(2,1)$ . Βρείτε τις δύο άλλες κορυφές.
30. Βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι κάθετη στην  $2x-\psi+1=0$  και ορίζει με τους άξονες τρίγωνο  $E=4\tau$ .
31. Βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη στην  $2x+y-1=0$  και ορίζει με τους άξονες τμήμα μήκους  $2\mu$ .
32. Βρείτε τις συντεταγμένες του συμμετρικού του  $A(1,2)$  ως προς την ευθεία  $x+y-1=0$ .
33. Βρείτε σημείο  $M$  του άξονα  $Ox$  που να ισαπέχει από τις ευθείες  $(\epsilon_1) : 12x-5y+3=0$  και  $(\epsilon_2) : 5x-12y+17=0$ .
34. Βρείτε την απόσταση των ευθειών
- $\epsilon_1 : 3x+y+7=0$  και  $\epsilon_2 : 6x+2y-9=0$
  - $2x+4y-20=0$  και  $2x+4y+15=0$ .
35. Να βρεθεί σημείο της ευθείας  $2x+5y-2=0$  που απέχει από την ευθεία  $5x+12y-0=0$ , απόσταση ίση με 2.
36. Το άθροισμα των αποστάσεων του τυχαίου σημείου της βάσης ισοσκελούς τριγώνου από τις ίσες πλευρές είναι σταθερό.
37. Βρείτε την εξίσωση ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $A(2,1)$  και απέχει από την αρχή απόσταση  $2\mu$ .
38. Βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από το  $A(1,2)$  και από την οποία ισαπέχουν τα σημεία  $B(3,0)$  και  $\Gamma(5,4)$ .
39. Βρείτε την εσωτερική και εξωτερική διχοτόμο της γωνίας  $A$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  με  $A(2,4)$ ,  $B(1,1)$  και  $\Gamma(5,3)$ .

40. Βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από το  $P(3,5)$  και τέμνει τις ευθείες  $3x-5y+2=0$ ,  $3x+5y+7=0$  κατά ισοσκελές τρίγωνο.
41. Βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης των ευθειών:  
 α)  $x + y - 3 = 0$     β)  $2x - 3y = 0$   
 $x + y + 1 = 0$      $4x - 6y + 1 = 0$
42. Έστω τετράγωνο με κέντρο  $O(-1,0)$  και μία πλευρά που βρίσκεται στην ευθεία με εξίσωση  $x+3y-5=0$ . Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών του.
43. Έστω τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $A(3,-1)$ , το ορθόκεντρο  $H(4,-1)$  και η εξίσωση της μεσοκάθετης της πλευράς  $AB$   $x+4y-16=0$ . Να βρεθούν οι εξισώσεις των πλευρών του.
44. Να βρεθεί η εξίσωση ευθείας, που περνά από το  $M(2,2)$  και σχηματίζει με τους άξονες τρίγωνο με  $E=4$  μονάδες.
45. Αν  $\varepsilon_1: (3\mu+2)x-\mu y+7=0$  και  $\varepsilon_2: (\mu+2)x+(\mu+1)y=0$ . Να βρεθεί ο  $\mu \in \mathbb{R}$  ώστε να είναι  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)=45^\circ$ .
46. Οι κορυφές  $O, A, B$  τετραγώνου  $OAB\Gamma$  έχουν συντεταγμένες  $(0,0), (1,0), (1,1)$  αντίστοιχα. Στην πλευρά  $B\Gamma$  θεωρούμε σημείο  $\Lambda$  τέτοιο ώστε  $|\overline{\Gamma\Lambda}| = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ . Η  $O\Lambda$  τέμνει την προέκταση της πλευράς  $AB$  στο  $M$ . Ευθεία που διέρχεται από το  $B$  και είναι παράλληλη στη  $M\Gamma$  τέμνει την  $O\Lambda$  στο  $T$ . Να δείξετε ότι το  $T$  είναι σημείο της διαγωνίου  $A\Gamma$ .
47. Να βρείτε την ευθεία ( $\varepsilon$ ) που διέρχεται από το σημείο  $T(0,1)$  και τέμνει τις ευθείες  $x-3y+10=0, 2x+y-8=0$  στα σημεία  $A, B$  ώστε  $AT=TB$ .
48. Τρίγωνο  $AB\Gamma$  έχει  $A(\frac{4}{3}, \frac{2}{3})$  έχει μια εσωτερική διχοτόμο  $x-3y-6=0$  και μια διάμεσο  $13x-5y-46=0$  (διέρχονται από διαφορετικές κορυφές). Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου.
49. Τρίγωνο  $AB\Gamma$  έχει ύψος που αντιστοιχεί στην  $A\Gamma: 2x-6y+13=0, \Gamma(-\frac{9}{4}, \frac{3}{4})$  και διχοτόμο της  $A: 2x+2y+1=0$ . Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών του.
50. Δύο πλευρές παραλληλογράμμου έχουν εξισώσεις  $2x-\psi+5=0, x-2\psi+4=0$ . Οι διαγώνιοι τέμνονται στο  $(1,4)$ . Να βρείτε το εμβαδόν του.
51. Το ύψος και η διχοτόμος που διέρχονται από μια κορυφή του τριγώνου  $AB\Gamma$  βρίσκονται στις ευθείες με εξισώσεις  $7x-10y+1=0$  και  $3x-2y+5=0$  αντίστοιχα. Αν  $A(2,-1)$  βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών του.
52. Οι εξισώσεις δύο πλευρών τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι  $(AB):4x-3y-1=0$  και  $(A\Gamma):7x+y-58=0$ . Αν μια από τις εσωτερικές διχοτόμους έχει εξίσωση  $(\delta): x-7y+6=0$ , τότε αφού

δικαιολογήσετε για ποια διχοτόμο πρόκειται, να βρείτε την εξίσωση της πλευράς (ΒΓ) του τριγώνου ΑΒΓ.

53. Θεωρούμε την ευθεία (ε)  $2x+y-1+k(3x+7y+15)=0$ .

α) Ναδειχθεί ότι διέρχεται από σταθερό σημείο

β) Να βρεθεί ο  $\lambda$  ώστε η ευθεία  $3x-5y+7\lambda=0$  να είναι μια από τις ευθείες (ε).

54. Δείξτε ότι η εξίσωση  $(\mu^2-1)x+(3\mu^2-2\mu-1)y-5\mu^2+4\mu+1=0$  είναι εξίσωση ευθείας που διέρχεται από σταθερό σημείο για κάθε πραγματική τιμή του  $\mu$ , εκτός από μια η οποία και να βρεθεί.

55. Στις πλευρές Οχ, Οψ ορθής γωνίας  $\chi \hat{O} \psi$  θεωρούμε τα μεταβλητά σημεία Α και Β ώστε  $OA+OB=k$ , όπου  $k$  σταθερό. Κατασκευάζουμε το ορθογώνιο ΟΑΓΒ. Να δείξετε ότι η κάθετος από το Γ στη διαγώνιο ΑΒ περνά από σταθερό σημείο.

56. Θεωρούμε τα σημεία  $A(\alpha,0)$ ,  $B(0,\beta)$ ,  $\alpha,\beta$  θετικά, ώστε . Ναδειχθεί ότι οι ευθείες ΑΒ περνούν από σταθερό σημείο.

57. Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ( $\hat{A}=90^\circ$ ) και τα τετράγωνα ΑΒΔΕ, ΑΓΖΗ εξωτερικά του τριγώνου. Δείξτε ότι το ύψος ΑΡ του ΑΒΓ και οι ευθείες ΓΔ, ΒΖ διέρχονται από το ίδιο σημείο.

58. Έστω ΑΒΓΔ ορθογώνιο, σημείο Ρ της ΒΔ, Η το συμμετρικό του Γ ως προς Ρ. Αν ΗΕ κάθετη στην ΑΒ, ΗΖ κάθετη στην ΑΔ, δείξτε ότι Ρ, Ε, Ζ συνευθειακά.

59. Έστω ΟΑΒ ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο ( $\hat{O}=\text{ορθή}$ ) και Ρ μεταβλητό σημείο της ΑΒ.  $P_1, P_2$  ορθές προβολές του Ρ στις ΟΑ, ΟΒ αντίστοιχα (ε) η μεσοκάθετος της  $P_1P_2$ . Δείξτε ότι η (ε) διέρχεται από σταθερό σημείο.

60. Τρίγωνο ΑΒΓ έχει  $A(6,6)$ ,  $B(-3,0)$  και  $\Gamma(3\mu-1, 2\mu+3)$ .

α) Να βρεθεί ο γ.τ. της κορυφής Γ

β) Ναδειχθεί ότι το Ε του τριγώνου είναι σταθερό και να υπολογιστεί.

61. Τρίγωνο ΑΒΓ και ευθεία ε κινείται παράλληλα προς την πλευρά ΒΓ και τέμνει τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα. Στα σημεία αυτά φέρνουμε κάθετες στις ΑΒ και ΑΓ. Να βρεθεί ο γ.τ. της τομής τους.

62. Τρίγωνο ΑΒΓ με  $A(2\lambda,4)$ ,  $B(2-6\lambda, 2\lambda)$  και  $\Gamma(3+2\lambda, -\lambda)$ . Να βρεθεί ο γ.τ. του κέντρου βάρους τους.

63. Θεωρούμε τετράγωνο ΑΒΓΔ με πλευρά  $a$  όπου  $a \in \mathbb{R}_+^*$ . Να βρείτε τον γ.τ. των σημείων

$$M \text{ του επιπέδου για τα οποία είναι : } \vec{MB}^2 + \vec{MD}^2 - 2\vec{MG}^2 = 2a^2.$$

64. Έστω τρίγωνο ΟΑΒ με  $O(0,0)$ ,  $A(3,0)$ ,  $B(1,2)$ . Να βρείτε τον γ.τ. των σημείων Μ ώστε

$$2\vec{MA}^2 - \vec{MB}^2 - \vec{MO}^2 = 5. \text{ Αν } I \text{ το μέσον του } OB \text{ προσδιορίστε επακριβώς αυτόν τον γ.τ.}$$

65. Στο επίπεδο θεωρούμε τα σημεία  $A(\alpha, \beta)$ ,  $B(\beta, 0)$ ,  $\Gamma(0, \alpha)$  όπου  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .
- α) Να αποδείξετε ότι το βαρύκεντρο του  $AB\Gamma$  κινείται πάνω σε ευθεία την οποία και να προσδιορίσετε, όταν  $\alpha, \beta$  μεταβάλλονται
- β) Αν  $\alpha$  σταθερός και  $\beta=2\alpha$ , να βρείτε τον γ.τ. των σημείων  $M$  για τα οποία έχουμε :
- $$\vec{MA}^2 + \vec{MB}^2 + \vec{M\Gamma}^2 = 10\alpha^2.$$
66. Δίνονται οι εξισώσεις των γραμμών  $C_1 : 2\lambda x - (\lambda+1)\psi - 3\lambda + 1 = 0$ ,  
 $C_2 : (3\lambda+1)x + (\lambda-1)\psi - 6\lambda + 2 = 0$ .
- α) Να δειχθεί ότι οι  $C_1, C_2$  είναι ευθείες
- β) Να δειχθεί ότι διέρχονται από σταθερό σημείο το οποίο να βρεθεί γ) Να βρεθεί η γωνία των  $C_1, C_2$  που αντιστοιχεί στην ίδια τιμή του  $\lambda$
- δ) Να προσδιοριστεί ο  $\lambda$ , ώστε η  $C_1$  να τέμνει το ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  με  $A(-1, -2)$ ,  $B(3, -1)$
- ε) Για ποιες τιμές του  $\lambda$ , ευθείες της  $C_1$  είναι παράλληλες με ευθείες της  $C_2$ .
67. Θεωρούμε τα διανύσματα  $\vec{OA} (4, 5)$  και  $\vec{OB} (1, 2)$ . Ένα μεταβλητό σημείο  $M$  της ευθείας  $2x - y - 2 = 0$ .  $O$  είναι η αρχή των αξόνων.
- α) Να δειχθεί ότι, αν ισχύει η ισότητα  $(\kappa - \lambda + 1)\vec{OA} + (\lambda - 6)\vec{OB} + (5 - \kappa)\vec{OM} = \vec{0}$  (1)  $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$  και  $(\kappa, \lambda) \neq (5, 6)$  τότε  $M(3, 4)$
- β) Να δειχθεί ότι, αν ισχύει η (1) και το  $M$  κινείται στην ευθεία  $2x + y - 4 = 0$ , τότε  $\kappa - \lambda + 1 = 0$ .
68.  $AB\Gamma$  ισοσκελές τρίγωνο ( $AB = A\Gamma$ ) και  $M$  μεταβλητό σημείο της  $B\Gamma$ .  $MK, M\Lambda$  κάθετες στις  $AB$  και  $A\Gamma$ ,  $MH$  κάθετη στην  $K\Lambda$ . Να δειχθεί ότι η  $MH$  περνά από σταθερό σημείο.
69.  $AB\Gamma\Delta$  ορθογώνιο και πάνω στη διαγώνιο  $B\Delta$  ένα σημείο  $P$  διάφορο του κέντρου. Αν  $\Sigma$  το συμμετρικό του  $\Gamma$  ως προς  $P$  και  $\Sigma E \perp A\Delta$ ,  $\Sigma Z \perp AB$ , να δειχθεί ότι  $E, Z, P$  συνευθειακά.
70. Θεωρούμε τις ευθείες  $(\epsilon_1) : \psi = \alpha x + \frac{1}{\alpha}$ ,  $(\epsilon_2) : \psi = \beta x + \frac{1}{\beta}$  και  $(\epsilon_3) : \psi = \gamma x + \frac{1}{\gamma}$  ( $\alpha \neq \beta \neq \gamma$ ). Να δειχθεί ότι οι ευθείες σχηματίζουν τρίγωνο, που το ορθόκεντρο του ανήκει σε σταθερή ευθεία.
71. Το  $E$  ενός παραλληλόγραμμου είναι  $E = 12$  τ.μ. Αν  $A(-1, 3)$  και  $B(-2, 4)$  να βρείτε τις συντεταγμένες των δύο άλλων κορυφών του αν οι διαγώνιοι τέμνονται στον άξονα  $x'x$ .
72.  $AB\Gamma\Delta$  τετράγωνο με  $A(-1, -3)$ .  $B\Delta$  η μια διαγώνιος του με εξίσωση  $x - 2y + 5 = 0$ . Να βρείτε τις συντεταγμένες των άλλων κορυφών του.
73. Αν  $(\epsilon)$  ευθεία με εξίσωση  $x + (\lambda - 2)\psi - \lambda + 5 = 0$  ( $\lambda \in \mathbb{R}$ ) (1).
- α) Να αποδείξετε ότι για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  διέρχεται από σταθερό σημείο
- β) Να βρεθεί η ευθεία που ορίζει η (1) ώστε η απόσταση της από την αρχή των αξόνων να είναι η μεγαλύτερη δυνατή.
74. α) Να μελετήσετε την εξίσωση της ευθείας  $(\eta)$  η οποία διέρχεται από το σημείο  $T(\chi_1, \psi_1)$  και

είναι κάθετη στην (ε) με εξίσωση  $\alpha\chi + \beta\psi + \gamma = 0$

β) Δύο ευθείες που διέρχονται από το  $\Gamma$  τέμνουν κάθετα τις ευθείες  $\psi = \chi$ ,  $\psi = \frac{1}{2}\chi$  στα

σημεία  $A$  και  $B$ . Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου  $M$  του  $AB$  και να δείξετε ότι, αν το  $\Gamma$  κινείται στη γραμμή  $5\chi + 4\psi + 10 = 0$  τότε το  $M$  γράφει την ευθεία  $\chi - 7\psi = 5$ .

75. Δίνονται τα σημεία  $A(4,2)$  και  $B(3,-5)$ . Θεωρούμε την ευθεία (ε)  $7\chi + \psi - 23 = 0$ . Να βρεθεί σημείο  $M$  της ευθείας (ε) ώστε  $AMB$  ορθογώνιο στο  $M$ .

76. Δίνεται η εξίσωση  $\chi^2 + 3\chi\psi - \alpha\chi + 2\psi^2 = 2\psi$  (1)  $\chi, \psi \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρεθεί το  $\alpha \in \mathbb{R}$  ώστε η (1) να παριστάνει δύο ευθείες

β) Για  $\alpha = 2$  να βρεθούν οι εξισώσεις των διχοτόμων των γωνιών των ευθειών που παριστάνει η (1).

77. Σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  δίνονται οι εξισώσεις δύο πλευρών του  $\epsilon_1 : 3\chi + \psi - 1 = 0$  και

$\epsilon_2 : 5\chi - 3\psi - 11 = 0$ , καθώς και το βαρύκεντρο  $G(\frac{5}{3}, \frac{2}{3})$ . Να βρεθούν οι συντεταγμένες των κορυφών του.

78. Να βρεθεί η τιμή του  $\kappa \in \mathbb{R}$  ώστε οι ευθείες  $\epsilon_1 : \kappa\chi - 2\psi - 1 = 0$ ,  $\epsilon_2 : 2\kappa - \psi + 1 = 0$  και η συμμετρική ευθεία της  $\epsilon_3 : 2\chi + 3\psi - 6 = 0$  ως προς τον άξονα  $x'x$ , να περνούν από το ίδιο σημείο.